

IMPLEMENTASI PERHITUNGAN *RECEIVER FUNCTION* UNTUK GEMPA JAUH (*TELESEISMIC*) MENGGUNAKAN MATLAB

Wiwit Suryanto¹, Boko Nurdiyanto², Suliyanti Pakpahan²

¹Laboratorium Geofisika, Jurusan Fisika UGM, Sekip Utara Yogyakarta.

²Puslitbang BMKG Jakarta

ABSTRAK

Telah dilakukan pemodelan *receiver function* untuk data teleseismik yang direkam oleh stasiun pengamatan gempabumi 3 komponen. Perhitungan dekonvolusi dalam perhitungan *receiver function* ini dilakukan dalam domain frekuensi. Pemodelan dilakukan dalam sistem MATLAB. Program dapat berjalan dengan efisien, dan waktu yang diperlukan untuk perhitungan untuk model 4 lapis adalah sekitar 1,2 detik dengan menggunakan komputer Intel Atom dengan memori 1 GB. Untuk model dengan 31 lapisan, diperlukan waktu perhitungan 1,9 detik. Efektifitas program ini memungkinkan untuk dikembangkan lebih lanjut misalnya untuk keperluan inversi.

Kata kunci: *receiver function*, dekonvolusi, MATLAB

ABSTRACT

Receiver function modeling for teleseismic earthquake has been implemented using MATLAB. The deconvolution process is carried out in the frequency domain for simplicity. The time required for calculating a four-layer model is about 1.2 seconds using Intel Atom 1 GB of memory. For a velocity model with 31 layers it takes 1.9 seconds using the same computer specification. The effectiveness of the program may be used for other advance application especially for earth crustal inversion.

Key words: *receiver function*, deconvolution, MATLAB

Naskah masuk : 15 Maret 2010

Naskah diterima : 01 Juli 2010

I. PENDAHULUAN

Salah satu cara untuk mendapatkan informasi mengenai struktur di bawah permukaan bumi adalah dengan melakukan analisis data gempabumi. Berbagai metode telah dikembangkan untuk keperluan ini, salah satunya adalah metode *receiver function*¹. Keuntungan dari metode ini adalah kemampuannya untuk memodelkan struktur di bawah stasiun pengamatan gempa hanya dengan menggunakan satu buah seismometer 3 komponen. Metode *receiver function* ini

cukup populer dan terbukti mampu merekonstruksi struktur di bawah permukaan dengan tingkat kesesuaian dengan geologi dan dengan metode geofisika yang lain dengan cukup tinggi^{2,3}.

Untuk keperluan pemrosesan data menggunakan *receiver function* ini, beberapa peneliti telah membuat program yang umumnya ditulis dengan menggunakan bahasa Fortran 77 atau C++, diantaranya Ammon⁴, Zhu dan Kanamori². Meskipun program-program tersebut dapat diperoleh dengan gratis, namun sayangnya perangkat

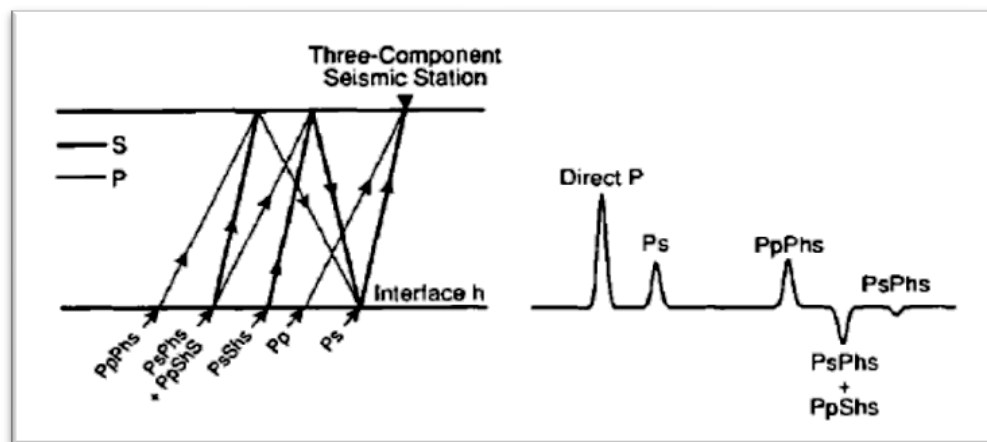
pendukung dan kepopuleran bahasa pemrograman tersebut terutama di Indonesia, dan untuk keperluan geofisika, sudah semakin berkurang. Diantara peneliti lain Jacobsen dan Svenningsen⁵ telah mengimplementasikan program tersebut dengan MATLAB. Namun demikian program tersebut sampai saat ini tidak bisa diperoleh secara bebas. Dalam makalah ini kami mencoba mengisi celah yang ada dengan mengimplementasikan program *receiver function* ini menggunakan MATLAB. Diharapkan nantinya hasil dari program ini dapat dipergunakan untuk aplikasi data-data gempabumi di Indonesia dan mendukung kegiatan operasional di Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika.

II. KONSEP DASAR RECEIVER FUNCTION

Ketika gelombang teleseismik mencapai stasiun pencatat gempa, didalamnya berisi informasi mengenai

bermacam-macam lintasan yang dilalui gelombang. Data seismik yang terekam berisi informasi mengenai struktur sumber gempanya, lintasannya dan struktur geologi di bawah stasiun penerimanya. Analisis *receiver function* adalah sebuah cara untuk menghilangkan informasi mengenai sumber gempa dan lintasan yang dilalui oleh gelombang sehingga menyisakan hanya efek dari struktur dangkal (dibawah stasiun penerima/receiver) (Gambar 1).

Salah satu artikel yang membahas tentang *receiver function* adalah Phinney⁶ yang membahas mengenai pemodelan gelombang P dan respon spectra dari kerak bumi. Phinney melakukannya dalam domain frekuensi, namun pada tahun 1979, Langston memperkenalkan pemodelan *receiver function* di dalam domain waktu¹. Salah satu artikel yang menjadi *the most cited* (terbanyak diacu) mengenai *receiver function* ini adalah Ammon⁴. Di bawah ini akan dijelaskan mengenai metode analisis *receiver function* secara ringkas.



Gambar 1. Kiri: Skematika dari sebuah gelombang teleseismik yang mencapai stasiun pencatat gempa. Kanan: Simplifikasi dari *receiver function* yang menunjukkan gelombang P dan pantulannya pada interface.

III. PERHITUNGAN RECEIVER FUNCTION

Tahap pertama dalam perhitungan *receiver function* adalah membangkitkan sintetik seismogram. Teori yang mendasari pembuatan sintetik seismogram ini adalah filter linear⁷. Dalam teori ini, sebuah seismogram dapat dilihat sebagai output dari

sebuah sekuen dari linear filter pada sinyal dari sebuah sumber seismik. Filter ini merepresentasikan proses-proses yang berbeda seperti perambatan melalui bumi atau proses-proses yang terjadi selama perekaman. Output dari response filter terhadap sebuah impuls, yaitu sebuah fungsi delta, dinyatakan dalam $f(t)$ dan transformasi Fouriernya dinyatakan dengan $F(\omega)$. Respon dari filter terhadap sebuah

sembarang input $x(t)$ disebut $u(t)$ dan dapat dituliskan sebagai

$$u(t) = f(t) * x(t) \Rightarrow Y(\omega) = F(\omega)X(\omega),$$

dengan $Y(\omega)$ diberikan dalam domain frekuensi dengan teorema konvolusi. Dalam hal ini tanda (*) adalah operator konvolusi. $Y(\omega)$ adalah transformasi Fourier dari $u(t)$, dan $X(\omega)$ adalah transformasi Fourier dari $x(t)$. Jika sinyal mengalami pemfilteran secara beruntun $f_1(t) \dots f_n(t)$, transformasi Fourier dari output menjadi

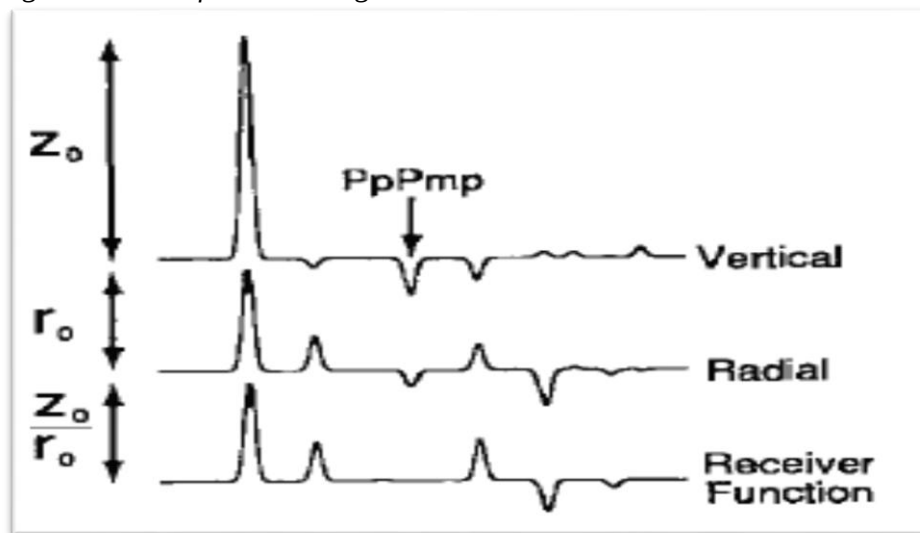
$$Y(\omega) = F_1(\omega) \dots F_n(\omega)X(\omega),$$

menghasilkan perkalian dari filter-filter di dalam kawasan frekuensi dikalikan dengan sinyal input. Dari sini penjelasan secara formal mengenai *receiver function* mengikuti

penjelasan dari Ammon⁴. Respon bumi terhadap gelombang yang datang pada struktur kecepatan satu dimensi, digambarkan oleh Gambar 4, dapat ditulis sebagai dua komponen gerakan. Gerakan vertikal $Z(t)$, dan gerakan dalam arah radial $R(t)$ dapat dituliskan sebagai:

$$R(t) = \sum_{k=0}^n r_k s(t - t_k), \\ Z(t) = \sum_{k=0}^n z_k s(t - t_k),$$

dengan $s(t)$ adalah sinyal sumbernya, z_k dan r_k adalah amplitudo dari sinar gelombang ke k pada tiap komponen, t_k adalah waktu tiba dari tiap sinar gelombang ke k pada permukaan dan ω adalah frekuensi sudut. Penjumlahan seluruh n sinar gelombang dengan $k = 0$ menjadi gelombang langsung P.



Gambar 2. Respon medium pada komponen vertikal dan radial terhadap gelombang datang dan *receiver function* yang dihasilkan. Gambar diambil dari Ammon (1991).

dengan mengasumsikan $s(t - t_k)$ adalah sebuah fungsi delta, transformasi Fourier dapat dituliskan sebagai:

$$R(\omega) = r_0 \sum_{k=0}^n \hat{r}_k e^{-i\omega t_k} \\ Z(\omega) = z_0 \sum_{k=0}^n \hat{z}_k e^{-i\omega t_k}$$

dengan $z_k = \frac{z_k}{z_0}$ adalah amplitudo dari sinar gelombang ke k yang telah dinormalisasi oleh

amplitudo dari sinar pertama (z_0) yang merupakan gelombang P langsung dan begitu juga untuk $\hat{r}_k$. Dekonvolusi dari komponen vertikal dari komponen radialnya dapat dituliskan sebagai:

$$H(\omega) = \frac{S(\omega)R(\omega)}{S(\omega)Z(\omega)} = \frac{R(\omega)}{Z(\omega)}$$

Dengan $S(\omega)$ adalah transformasi Fourier dari sinyal sumber dan $S(\omega)$ dan $Z(\omega)$ yang masing-masing tidak bernilai nol.

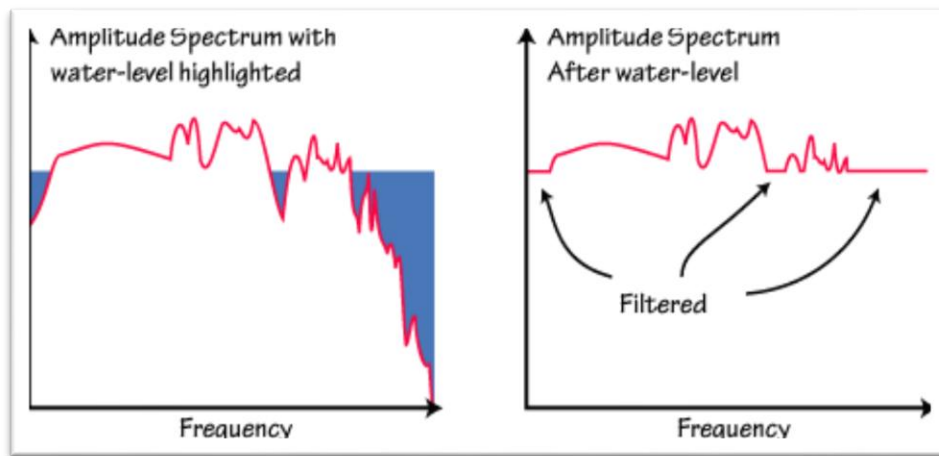
Pengandaian semacam ini tidak berlaku untuk data real (data observasi

lapangan) sehingga pemecahan untuk masalah untuk data-data real akan dijelaskan dalam sub bab berikutnya. $H(\omega)$ adalah transformasi Fourier dari *receiver function* pada komponen radial, $h(t)$. Komponen tangensial dari *receiver function* dapat diperoleh dengan membagi dalam kawasan waktu antara komponen-komponen tangensial dan vertikal.

IV. DEKONVOLUSI

Dekonvolusi digunakan pada persamaan 1 dapat merupakan kasus yang

menyulitkan pada kasus dimana bagian penyebutnya sangat kecil atau mendekati nol (sering terjadi untuk data-data observasi). Hal ini dapat diatasi dengan menggunakan sebuah metode yang disebut sebagai metode dekonvolusi water-level⁸. Dalam metode ini, bagian penyebut yang bernilai kecil akan digantikan dengan sebuah fraksi dari nilai maksimum di dalam penyebut, lihat Gambar 3. Dengan demikian proses perhitungan *receiver function* menjadi lebih stabil.



Gambar 3. Metode dekonvolusi permukaan air (*water-level deconvolution*). Gambar diambil dari Ammon (1997).

Dengan mengingat bahwa inversi dari sebuah bilangan kompleks dapat dituliskan sebagai $\frac{1}{Z} = \frac{Z^*}{ZZ^*}$ dengan indeks bintang * menyatakan konjugat kompleks, *receiver function* dapat dituliskan kembali menjadi :

$$H(\omega) = \frac{R(\omega)Z^*(\omega)}{Z(\omega)Z^*(\omega)}.$$

Metode water-level menggantikan persamaan diatas dengan:

$$H(\omega) = \frac{R(\omega)Z^*(\omega)}{\phi(\omega)} G(\omega)$$

dengan

$$\phi(\omega) = \max \left[Z(\omega)Z^*(\omega), c \max \{ Z(\omega)Z^*(\omega) \} \right]$$

dan

$$G(\omega) = \xi e^{\left(\frac{-\omega^2}{4a^2} \right)}.$$

dalam hal ini, c mengontrol the water level atau amplitude minimum yang diijinkan di dalam penyebut, ξ adalah konstanta normalisasi $G(\omega)$ adalah filter *Gaussian* dengan lebar a dan dipilih sedemikian rupa sehingga lebarnya cocok dengan lebar dari gelombang P langsung¹.

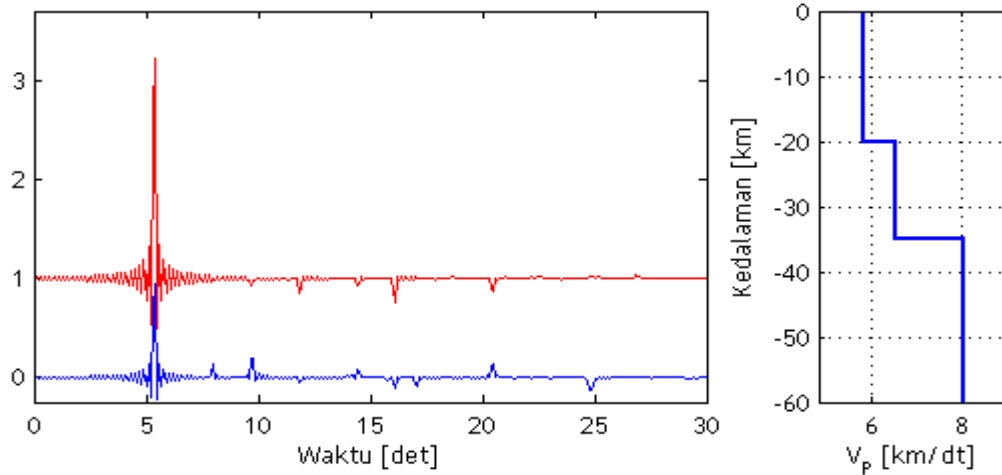
V. HASIL PENELITIAN

Metode perhitungan *receiver function* seperti yang telah dijelaskan diatas kemudian direalisasikan dengan skrip MATLAB. Program *receiver function* ini kemudian diujikan pada data sintetik.

Untuk keperluan ini, dibangkitkan seismogram sintetik menggunakan metode perambatan matriks (*Matrix Propagation*) sebagaimana yang dijelaskan oleh Kennett⁹

dan Shearer¹⁰. Matriks propagasi adalah sebuah metode untuk menghitung seismogram sintetik dari sebuah gelombang bidang yang merambat melalui perlapisan bawah permukaan horizontal yang homogen.

Hasil perhitungannya berupa seismogram sintetik dalam komponen radial dan vertikal sebagaimana yang ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Seismogram sintetik yang dihitung menggunakan metode propagasi matrix (*reflectivity method*) (Kennett, 1983). Gambar kiri: Warna biru dan merah menunjukkan seismogram sintetik pada komponen radial dan vertikal. Gambar kanan: Model kecepatan yang dipakai untuk membangkitkan seismogram sintetik.

Langkah utama di dalam perhitungan *receiver function* adalah menghitung dekonvolusi antara komponen vertikal dan radial. Di dalam MATLAB proses dekonvolusi ini dilakukan dalam kawasan

frekuensi menggunakan fungsi fft. Dibawah ini adalah *core script* Matlab untuk melakukan proses dekonvolusi dalam kawasan frekuensi.

```
%-----
V      = fft(vertikal);
R      = fft(radial);
Gamma  = max(Conj(V))*waterlevel;
gaussfilt = exp(-(f.*f*(pi*pi/(a*a))));
eiwt   = exp(-j*2*pi*timeshift*f);
CSGW   = Conj(V).*gaussfilt.*eiwt;
for k=1:m;
    r(:,k) = ifft( CSGW ./ max(Conj(V),Gamma(k)) );
end

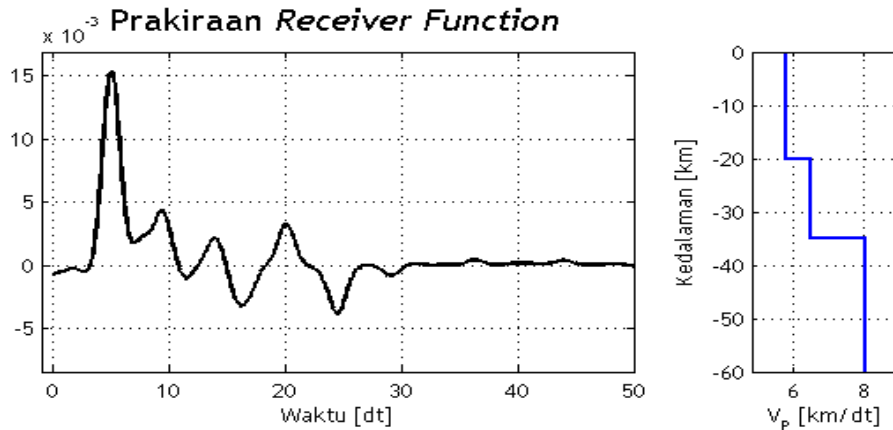
for k=1:m,
    cc(:,k)=ifft(fft(r(:,k)).*fft(s).*conj(eiwt));
    maxc=max(abs(c));maxcc=max(abs(cc(:,k)));cc(:,k)=cc(:,k)*maxc/maxcc;
end
```

Hasil perhitungan *receiver function* menggunakan program ini ditunjukkan pada Gambar 5. Terlihat pada gambar tersebut fase-fase yang tiba setelah gelombang P dapat ditampilkan dengan jelas. Perhitungan *receiver function* dengan menggunakan program MATLAB ini dapat diselesaikan dalam waktu yang sangat singkat. Hal ini

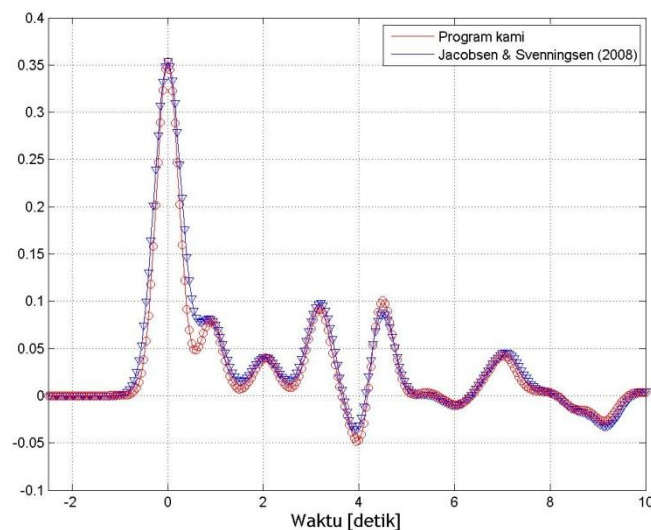
tentu saja sangat menguntungkan terutama untuk keperluan pemrosesan lebih lanjut, yaitu proses inverse, dimana diperlukan perhitungan respon *receiver function* secara berulang-ulang, terutama untuk teknik Monte Carlo yang memerlukan perhitungan bahkan sampai jutaan kali perhitungan.

Sebagai uji validitas program ini kami menampilkan hasil perhitungan kami dengan menggunakan program yang dikembangkan oleh Professor Bo Holm Jacobsen dari Universitas Aarhus Denmark (komunikasi

personal). Untuk keperluan ini kami membangkitkan receiver function untuk model kecepatan V_p (5,0 6,0 6,5 8,0 km/s) dan kedalaman (6,0 15,0 35,0 km) dengan slowness 0.065 s/km (Gambar 6).



Gambar 5. *Receiver function* sintetik hasil perhitungan seismogram pada Gambar 4. Diperlukan waktu perhitungan sekitar 1,2 detik pada *notebook* dengan *processor* Intel Atom, dengan memori 1 GB.



Gambar 6. *Receiver function* sintetik hasil perhitungan dengan menggunakan program kami dengan program yang digunakan oleh Lab. Seismologi Universitas Aarhus Denmark.

Pada gambar 6 terlihat bahwa hasil perhitungan dengan program ini memberikan hasil yang serupa dengan perhitungan dari metode yang dikembangkan oleh Prof. Jacobsen, terutama untuk fase kedatangan gelombang Ps yaitu pada sekitar detik ke 4. Dengan demikian, secara teori, program ini cukup akurat dan dapat digunakan untuk menghitung *receiver function*. Program ini dirancang untuk menghitung *receiver function* dengan sembarang jumlah perlapisan. Namun demikian jumlah lapisan

yang bias diberikan di dalam program sangat tergantung nantinya pada kemampuan memori perangkat komputasi yang digunakan.

VI. KESIMPULAN

Dari penelitian ini telah dihasilkan sebuah program MATLAB untuk menghitung respon *receiver function* dari model kecepatan di bawah permukaan stasiun pencatat gempa bumi. Program ini dapat digunakan untuk menghitung respon

receiver function dari data pengamatan yang sebelumnya telah dirotasi ke dalam komponen radial dan transversal. Waktu yang diperlukan untuk perhitungan untuk model 4 lapis adalah sekitar 1,2 detik dengan menggunakan notebook Intel Atom dengan memori 1 GB. Untuk model dengan 31 lapisan, diperlukan waktu perhitungan 1,9 detik. Tentu saja waktu perhitungan akan jauh lebih cepat apabila program dijalankan dalam PC standard dengan memori > 2GB.

UCAPAN TERIMAKASIH

Riset ini dibiayai oleh PUSLITBANG BMKG melalui kegiatan penelitian Analisis Prediktibilitas dan Pengembangan Model Gempabumi dan Tsunami tahun anggaran 2009

DAFTAR PUSTAKA

- ¹ Langston, C. A. (1979). Structure under Mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves, *J. Geophys. Res.* 84, 4749-4762.
- ² Zhu, L. and Kanamori, H. (2000). *Moho depth variation in southern California from teleseismic receiver functions*. *Journal of Geophysical Research*, **105** (B2).
- ³ Schulte-Pelkum, V., Monslave, G., Sheehan, A., Pandey, M. R.,

Sapkota, S., Bilham, R., and Wu, F. (2005). Imaging the Indian subcontinent beneath the Himalaya, *Nature*, **435**, 1222–5, doi: 10.1038/nature03678.

- ⁴ Ammon, C. J. (1991). *The isolation of receiver effects from teleseismic P waveforms*. *Bulletin of the seismological Society of America*, **81**(6): pp. 2504-2510.
- ⁵ Jacobsen, B. H. and Senningsen, L. (2008). *Enhanced Uniqueness and Linearity of Receiver function Inversion*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **98**(4): pp. 1756.
- ⁶ Phinney, R. A. (1964). Structure of the earth's crust from spectral behavior of long-period body waves. *Journal of Geophysical Research*, 69:2997.
- ⁷ Lay, T. and Wallace, T. C. (1995). *Modern Global Seismology*, volume 58 of International geophysics series. Academic Press.
- ⁸ Clayton, R. and Wiggins, R. (1976). Source shape estimation and deconvolution of teleseismic body waves. *Geophys. JR Astron. Soc*, 47:151-177.
- ⁹ Kennett, B. L. N. (1983). *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*. Cambridge University Press.
- ¹⁰ Shearer, P. M. (1999). *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press.